***Лекция 15***

**Вынужденные колебания без сопротивления системы с двумя степенями свободы**

Пусть, к консервативной системе приложены вынуждающие силы, которые приводятся к двум обобщенным вынуждающим силам и . Тогда дифференциальные уравнения движения системы станут неоднородными

Решение этих уравнений складывается, как обычно, из общего решения однородного уравнения (незатухающие колебания с собственными частотами k1 и k2 ) и вынужденных колебаний.

Как было сказано, всегда можно от координат перейти к нормальным координатам θ1 θ2, в которых дифференциальные уравнения разделяются. Пусть вынуждающие силы гармонические, тогда

Из этих уравнений видно, что система имеет два резонанса при совпадении каждой из собственных частот с вынуждающей частотой р.

***Пример*** (динамический гаситель колебаний).

На Рис.1 изображена схема машины массы М на упругом основании жесткости с1.

К машине приложена периодическая вынуждающая сила H Sin(t+, которая может возникнуть, например, от неуравновешенности двигателя машины, вращающегося с угловой скоростью ω.

HSin(pt+

Рис.1

с1

Mg

Очевидно, что машина будет совершать нежелательные вынужденные колебания, особенно опасные вблизи резонанса ω→k.

Покажем, как с помощью динамического гасителя колебаний избавить машину от вынужденных колебаний. Динамический гаситель колебаний представляет собой тело массы m, установленное на пружине жесткости c2 на машине (Рис.2).

Найдем квадратичные формы кинетической и потенциальной энергий. За обобщенные координаты выберем абсолютные координаты z1 z2, начало которых выбрано в положении равновесия масс.

HSin(pt+

Рис.2

с1

Mg

с2

mg

z

Отсюда

Отсюда

Подставив формы в уравнения Лагранжа, получим дифференциальные уравнения движения

Решение ищем в виде правой части.

Подставив решения в уравнения, после сокращения на получим алгебраическую систему для определения амплитуд вынужденных колебаний А и В.

Определитель матрицы системы

Решения системы

Отсюда вытекает, что можно подобрать массу и жесткость его пружины таким образом, что

то амплитуда вынужденных колебаний машины А будет равно нулю.

Видно, что гаситель действует на машину с силой , уравновешивающую в каждый момент вынуждающую силу, вся энергия которой идет на раскачивание гасителя.

Массу гасителя естественно выбрать небольшой , но тогда и жесткость его пружины должна быть маленькой. Это, однако, приведет к большой амплитуде колебаний самого гасителя. Поэтому выбор конкретных параметров гасителя является результатом компромисса между весом и амплитудой гасителя.